ycée Magida Boulila 2009/2010 — Devoir de synthèse N° 2 — Durée 2 heures — 2ème Année Sciences 6-7-8

1ʳ

G196911

Exercice n° 1 : (8 points)

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique tel que $U_2=20$ et $U_5=47$.

1°) a) calculer la raison r et le première terme U_0. b) En déduire que $U_n=9n+2$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.

2°) Calculer le 5ème terme.

3°) Calculer le rang du terme qui est égal à 83.

4°) Calculer la somme des termes qui sont compris entre 38 et 93

5°) on pose $S_n=U_0+U_1+......+U_{n-1}$.

a) Exprimer S_n à l'aide de n. ; b) Déterminer n pour que $S_n=1413$.

6°) Soit $(W_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique tel que $W_o=5$ et la somme de ses 8 premiers termes est égale à 376. Calculer sa raison r en déduire que $W_n=12n+5$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

7°) Déterminer les termes de la suite (W_n) tel que n+5 divise W_n

8°) a) Montrer que si un entier naturel d divise W_n *et* U_n alors d divise 7

b) Montrer que si $(n+1)$ est un multiple de 7 alors $PGCD(U_n, W_n)=7$

Exercice n° 2 : (6 points)

On pose $f(x)=2\cos^2 x-\cos x-1$, $x\in[0,\pi]$.

1°) Calculer $f(0)$, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ *et* $f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

2°) Résoudre dans $[0,\pi]$: $f(x)=0$, $f(x)=-1$, $f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=0$.

3°) On pose $g(x)=f(\pi-x)+f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

a) Montrer que $g(x)=\cos x-\sin x$. ; b) Sans calculatrice, calculer $g\left(\frac{\pi}{8}\right)+g\left(\frac{3\pi}{8}\right)$

4°) Sachant que tan x = -2. Calculer $\cos x$ puis $g(x)$.

5°) Sans calculatrice a) calculer : $S_1=\cos^2\frac{5\pi}{24}+\cos^2\frac{7\pi}{24}+\cos^2\frac{17\pi}{24}+\cos^2\frac{19\pi}{24}$

b) En déduire $S_2=\sin^2\frac{5\pi}{24}+\sin^2\frac{7\pi}{24}+\sin^2\frac{17\pi}{24}+\sin^2\frac{19\pi}{24}$

Exercice n° 3 : (6 points)

ABC un triangle direct rectangle en A tel que AB=6 et $A\hat{B}C=\frac{\pi}{6}$ on construit à l'extérieur de ABC les triangles équilatéraux AIB et BJC on désigne par r la rotation indirecte de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

1°) Déterminer r (I) et r (C).

2°) Soit K = $S_{(BC)}(A)$.

a) Montrer que K=r(A). b) Montrer que AC=KJ et $B\hat{K}J=\frac{\pi}{2}$. c) Montrer que $K=J*C$

3°) a) Montrer que AIBK est un losange. b) En déduire (AI) ⊥ (CJ)

4°) On suppose que les points B et C sont fixes et que A est variable.

Déterminer le lieu géométrique des points I lorsque A varie.